



Ableitungsfunktionen mit dem GTR

Beschreibung

Mit Hilfe der Fähigkeit des grafikfähigen Taschenrechners (GTR), numerische Ableitungswerte zu berechnen, können Ableitungen von Funktionen bestimmt werden, für die (noch) keine Ableitungsregeln zur Verfügung stehen oder bei denen der rechnerische Aufwand zur Berechnung der Ableitung zu groß ist. Das vorgestellte Verfahren orientiert sich bewusst eng am Begriff „lokale Änderungsrate“, d.h. die Ableitungswerte werden punktweise aus dem Funktionsgraphen ermittelt und nicht – was der GTR ebenfalls leisten würde – mit der „eingebauten“ Ableitungsfunktion berechnet.

Die Wertepaare werden anschließend durch eine Regressionsfunktion angepasst, die – zumindest im untersuchten Bereich - näherungsweise der Ableitungsfunktion entspricht. In den Fällen, in denen die Ableitung durch einen vorhandenen Regressionstyp wiedergegeben werden kann, gelingt es sogar, die Ableitung genau zu bestimmen.

Das folgende Beispiel greift einen dieser Fälle auf. Das Vorgehen ist aber auch geeignet, um experimentell die Ableitungsregeln für Polynom- Exponential- und trigonometrische Funktionen zu entdecken.

Die Hinweise beziehen sich auf den GTR-Typ Casio fx-9860. Die Berechnung ist in ähnlicher Weise auch mit anderen Grafikrechnern durchführbar.

Beispiel

Die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \ln(x)$ mit $x \in \mathbb{R}^+$.

1. Sie stellen im Grafik-Modus die Anzeige so ein, dass der Bildschirm geteilt wird, und aktivieren die numerischen Ableitungswerte: Dual Screen : G to T Derivative : On	SETUP EXE	
2. Sie geben die Funktion ein, deren Ableitung berechnet werden soll, z.B. $f(x) = \ln(x)$ und lassen das Schaubild in einem passenden Koordinatensystem zeichnen.	GRAPH DRAW	
3. Sie rufen den Spur-Modus auf und geben nacheinander einige x-Werte ein. Mit der EXE -Taste werden die zugehörigen Funktions- und Ableitungswerte in die Tabelle übernommen.	TRACE EXE EXE	
4. Mit der AC -Taste wechseln Sie in den Tabellenbereich des Bildschirms Sie speichern alle 3 Spalten der Wertetabelle in Listen. Mit den Pfeiltasten gelangen Sie jedesmal in die nächste Spalte.	AC OPTN LMEM	



<p>5. Anschließend wählen Sie den Statistik-Modus. In der 1. Liste stehen die x-Werte, in der 2. die Funktionswerte und in der 3. die Werte der Ableitung.</p>	<p>MENU STAT</p>	
<p>6. Sie stellen die gespeicherten Werte der Ableitungsfunktion als Punktwolke grafisch dar. Dazu legen Sie im Statistik-Modus die Einstellungen der Grafik fest ...</p>	<p>GRPH SET EXE</p>	
<p>7. ... und lassen die Punktwolke zeichnen. Anschließend wählen Sie eine Regressionsfunktion aus, mit der die Ableitungswerte möglichst gut angepasst werden.</p>	<p>GRPH1 CALC</p>	

Ergebnis:

.....

Übungen

Mit dem beschriebenen Verfahren können Sie die Ableitungsfunktionen weiterer Funktionen bestimmen bzw. bestätigen, z.B. für die Funktionen mit

$$f(x) = a x^b + c \quad f'(x) = \dots\dots\dots$$

$$f(x) = a \sqrt{b x} + c \quad f'(x) = \dots\dots\dots$$

$$f(x) = a \frac{1}{x^b} + c \quad f'(x) = \dots\dots\dots$$

$$f(x) = a b^x + c \quad f'(x) = \dots\dots\dots$$

$$f(x) = a \sin(b x) + c \quad f'(x) = \dots\dots\dots$$

...

(Hinweis: Ersetzen Sie die Parameter a, b und c durch konkrete Werte)

Ausblick

Die neuen Modelle des GTR können die Werte der Stammfunktion einer Funktion numerisch berechnen. Damit kann man das beschriebene Verfahren auch anwenden, um experimentell eine Stammfunktionen zu bestimmen.